**V302: Elektrische Brückenschaltungen**

Protokoll zum Versuch des Anfängerpraktikums für Medizinphysiker  
Technische Universität Dortmund

**Michelle Wendler & Phuong Quynh Ngo**Gruppe 4

Versuchsdatum: 10.01.2020  
Protokoll verfasst am: 10.01.2020

**michelle.wendler@tu-dortmund.de  
phuong-quynh.ngo@tu-dortmund.de**

**1 Ziel des Versuches**

In diesem Versuch werden mit Hilfe von Brückenschaltungen unbekannte Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten bestimmt. Zudem soll die Frequenzabhängigkeit einer Wien-Robinson-Brücke untersucht und der Klirrfaktor eines Generators ermittelt werden.

**2 Theorie**

Brückenschaltungen werden genutzt, um unbekannte Widerstände zu bestimmen. Dazu gehören die ohmschen Widerstände und die komplexen Widerstände von Kondensatoren und Spulen. Sie bestehen prinzipiell, wie in Abbildung 1 aufgeführt, aus vier Widerständen , einer Speisespannung (Eingangsspannung) und einer Brückenspannung .

Ein Bild, das Uhr enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau einer Brückenschaltung [1]

Um eine Brückenschaltung zur Ermittlung von unbekannten Widerständen zu nutzen, wird die Brückenspannung dieser untersucht. Die Brückenspannung wird mit Hilfe der Kirchhoff’schen Regeln und des Ohm’schen Gesetzes berechnet.

Die erste Kirchhoff’sche Regel, die sogenannte Knotenregel, besagt, dass die Summe der einfließenden Ströme an einem Verzweigungspunkt (Knoten) gleich der Summe der abfließenden Ströme ist

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 1 ) |

Die zweite Kirchhoff’sche Regel, auch Maschenregel genannt, besagt, dass in einem in sich geschlossenen Stromkreis (Masche) die Summe der Spannungen verschwindet.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 2 ) |

Somit ist die Eingangsspannung gleich der Summe der an den Bauteilen abfallenden Spannungen.

Das Ohm’sche Gesetz beschreibt das Verhältnis zwischen Strom, Spannung und Widerstand

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 3 ) |

Mit den beiden Kirchhoff’schen Regeln und dem Ohm’schen Gesetz ergibt sich dann für die Brückenspannung die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 4 ) |

Um die Brückenspannung verschwinden zu lassen, muss die sogenannte Abgleichbedingung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 5 ) |

erfüllt sein.

Die komplexen Widerstände von realen Kondensatoren und Spulen setzen sich jeweils aus ohmschen Widerständen R und den komplexen Widerständen der jeweiligen Bauteile zusammen, da somit die Innenwiderstände dieser Bauteile realisiert werden können. Komplexe Widerstände besitzen einen leistungsverbrauchenden Wirkwiderstand X und einen Blindwiderstand Y.

**2.1 Wheatstone’sche Brücke**

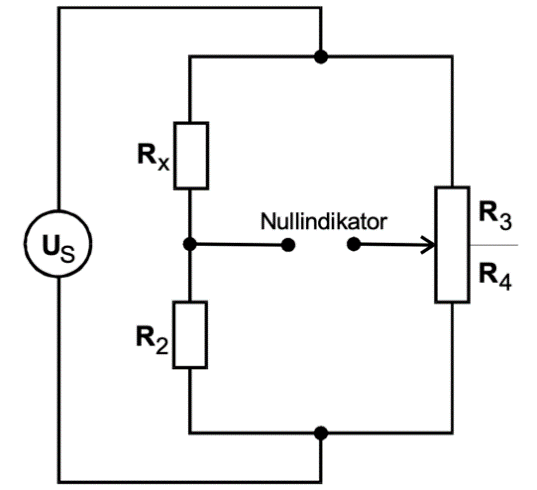


Abbildung 2: Wheatstone’sche Brücke [1]

Bei einer Wheatstone’schen Brücke werden nur ohmsche Widerstände genutzt. Mit Hilfe dieser Brücke lässt sich der unbekannte Widerstand , mit der Abgleichbedingung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 6 ) |

berechnen, wenn die Widerstände und bekannt sind. Da der unbekannte Widerstand von dem Verhältnis der Widerstände und abhängt, werden diese in einem Potentiometer realisiert.

**2.2 Kapazitätsmessbrücke**

Ein Bild, das Uhr, Objekt enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Abbildung 3: Kapazitätsmessbrücke [1]

Mit einer Kapazitätsmessbrücke werden Kapazitäten ermittelt. Da die Widerstände von Kondensatoren komplex sind, wird diese Schaltung mit Wechselstrom betrieben. Dadurch, dass reale Kondensatoren einen Teil der ihnen zugeführten Energie in Wärme umwandeln, wird ein unbekannter ohmscher Widerstand in Reihe mit der unbekannten Kapazität geschaltet. Jedoch gibt es auch Kondensatoren, bei denen die Verluste so gering sind, dass ein Einbau dieses Widerstandes nicht nötig ist.

Ein variabler Widerstand wird dem bekannten Kondensator in Reihe geschaltet, um die von hervorgerufene Phasenverschiebung kompensieren zu können.

Die Abgleichbedingungen für diese Brückenschaltung lauten

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 7 ) |

und

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 8 ) |

**2.3 Induktivitätsmessbrücke**

Mit einer Induktivitätsmessbrücke, wie in Abbildung 4 dargestellt, werden Induktivitäten ermittelt. Diese Schaltung muss ebenfalls mit Wechselstrom betrieben werden. Der Aufbau dieser Messbrücke ähnelt der aus Abschnitt 2.2, jedoch werden hier Spulen anstatt Kondensatoren eingebaut. Auch hier ist der variable Widerstand wieder eingebaut, um die Phasenverschiebung, welche durch den Innenwiderstand der Spule hervorgerufen wird, zu kompensieren.

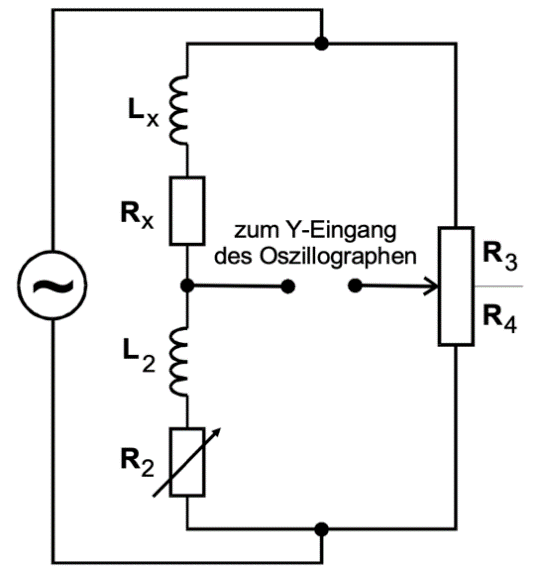


Abbildung 4: Induktivitätsmessbrücke [1]

Die Abgleichbedingungen ergeben sich hier zu

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 9 ) |

und

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 10 ) |

Um möglichst genaue Messungen zu erzielen, sollte die Spule möglichst geringe Verluste besitzen, damit der Wirkwiderstand nur durch gegeben ist. Dies lässt sich jedoch gerade bei niedrigen Frequenzen schwer realisieren.

**2.4 Maxwell-Brücke**

Mit einer Maxwell-Brücke lassen sich ebenfalls Induktivitäten ermitteln. Bei dieser Schaltung, wie in Abbildung 5 zu sehen ist, wird jedoch keine zweite Spule eingebaut. Dafür wird hier, im Vergleich zu der Spule , eine verlustärmere Kapazität eingebaut.

Bei dieser Brückenschaltungen ergeben sich die Abgleichbedingungen

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 11 ) |

und

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 12 ) |

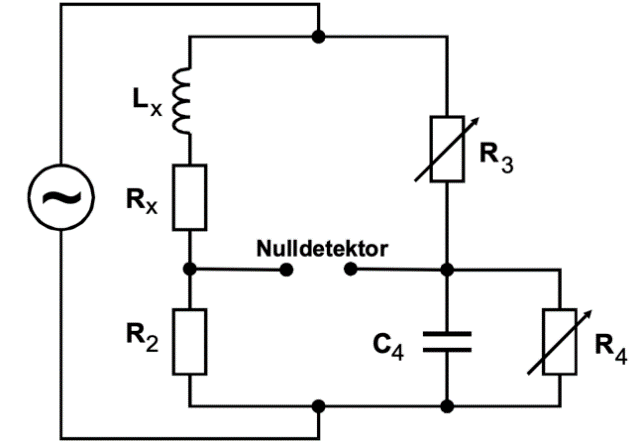


Abbildung 5: Maxwell-Brücke [5]

**2.5 Wien-Robinson-Brücke**

Eine Wien-Robinson-Brücke, welche in Abbildung 6 dargestellt ist, wird als elektronischer Filter verwendet. Mit ihr kann die Brückenspannung in der Abhängigkeit der Kreisfrequenz des Wechselstromgenerators ermittelt werden. Diese Abhängigkeit wird beim Betrachten des Verhältnisses der Brückenspannung zur Speisespannung deutlich:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 13 ) |

Die Brückenspannung verschwindet somit genau dann, wenn

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 14 ) |

gilt. Es wird deutlich, dass somit die Wien-Robinson-Brücke Frequenzen, für die ( 14 ) gilt, herausfiltert und Schwingungen mit Frequenzen in der Umgebung von deutlich abschwächt.

Mit dem Frequenzverhältnis

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 15 ) |

ergibt sich final die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 16 ) |

Es gilt , wobei die Frequenz ist

Eigentlich sollte bei der Frequenz keine Brückenspannung mehr zu messen sein, jedoch wird diese in der Realität nur ein Minimum >0 besitzen. Diese Spannung wird durch Oberwellen des Generators erzeugt. Das Verhältnis dieser Oberwellen zur Grundwelle wird mit dem Klirrfaktor ausgedrückt. Dieser Klirrfaktor, welcher über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 17 ) |

berechnet wird, ist also ein Maß für die Qualität des benutzten Generators. bezeichnet hierbei die Amplitude der Grundwelle und die Amplitude der i-ten Oberwelle der generierten Spannungen. Je kleiner der Klirrfaktor ist, desto „sauberer“ ist die Sinusspannung des Generators.

Ein Bild, das Uhr, Objekt enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Abbildung 6: Wien-Robinson-Brücke

**3 Versuchsdurchführung**

Die Eingangsspannung der Brückenschaltungen hat für alle Brückenschaltungen, bis auf die Wien-Robinson-Brücke, eine Frequenz von 600 Hz. Für 3.1-3.4 wird als Voltmeter zum Ablesen der Brückenspannungen ein digitales Oszilloskop verwendet. Bei der Wien-Robinson-Brücke werden jeweils zum Ablesen der Brücken- und Speisespannung Multimeter verwendet.

**3.1 Wheatstone’sche Brücke**

Die Schaltung wird, wie in Abbildung 2 dargestellt, nacheinander für 2 verschiedene aufgebaut. Das Potentiometer wird so lange variiert, bis die Brückenschaltung gleich Null ist. Die Werte für die Widerstände und werden notiert. Dieser Vorgang wird für die beiden u bekannten Widerstände jeweils für drei verschiedene wiederholt.

**3.2 Kapazitätsmessbrücke**

Die Kapazitätsmessbrücke wird, wie in Abbildung 3, für eine Kapazität aufgebaut. Hier wird das Potentiometer und der variable Widerstand so lange variiert, bis die Brückenschaltung verschwindet. Dieser Vorgang wird für drei verschiedene für durchgeführt. Die Werte für und werden notiert.

Danach wird für eine weitere Kapazität auf den Widerstand verzichtet, da für diese angenommen wird, dass ihr Innenwiderstand hinreichend klein ist. Das Potentiometer und der variable Widerstand werden auch hier so lange variiert, bis die Brückenspannung verschwindet. Ebenfalls wird hier für drei verschiedene gemessen. Es werden die Werte für und notiert.

**3.3 Induktivitätsmessbrücke**

Die Schaltung wird, wie in Abbildung 4 dargestellt, für eine Spule aufgebaut. Auch hier wird das Potentiometer und der Widerstand abwechselnd so lange variiert, bis die Brückenspannung verschwindet. Die Werte für und werden notiert.

**3.4 Maxwell-Brücke**

Die Maxwell-Brücke wird, wie in Abbildung 5, mit derselben Spule wie in 3.3 aufgebaut. Die Widerstände und sind nun zwei einzelne variable Widerstände. Diese beiden Widerstände werden so lange variiert, bis die Brückenspannung verschwindet. Es werden die Werte für und notiert.

**4.5 Wien-Robinson-Brücke**

Die Wien-Robinson-Brücke wird, wie in Abbildung 6, aufgebaut. Jedoch werden an der Brücken- und Speisespannung jeweils Multimeter zur Spannungsmessung angeschlossen. Zunächst wird die Frequenz der Speisespannung so lange variiert, bis die Brückenspannung minimal ist. Dieser Wert wird als notiert. Anschließend wird die Frequenz in einem Bereich von 20-30000 Hz variiert. Die Frequenz , die Brückenspannung und die Speisespannung werden jeweils notiert.

**5 Auswertung**

Die baubedingten Abweichungen der Widerstände, Kondensatoren und Spulen betragen jeweils 0,2%. Der relative Fehler für das Verhältnis beträgt 0,5%. Die Potentiometer an sich, also die variablen Widerstände und , weisen eine baubedingte Abweichung von 3% auf.

Diese Abweichungen fließen über die Gauß’sche Fehlerfortpflanzung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 18 ) |

in die Abweichung der berechneten Werte ein. Die Gaußfehler der jeweiligen Messungen werden anschließend gemittelt.

Mittelwerte werden mit Hilfe der Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 19 ) |

berechnet. Der zugehörige Fehler wird über

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 20 ) |

ermittelt.

**5.1 Wheatstone’sche Brücke**

Die beiden unbekannten Widerstände 12 und 13 werden mit Hilfe von ( 6 ) berechneten und mit Formel ( 18 ) gemittelt. Die dazu benötigten Werte sind in Tabelle 1 und Tabelle 2 aufgeführt. Somit ergeben sich die beiden Widerstände zu

Die Fehler der Mittelwerte betragen jeweils und .

Tabelle 1: Werte für

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | Gaußfehler |
| 332 | 731,08 | 268,92 | 2,72 | 902,55 | 4,86 |
| 664 | 576,69 | 423,31 | 1,36 | 904,60 | 4,87 |
| 1000 | 475,10 | 524,90 | 0,91 | 905,12 | 4,87 |

Tabelle 2: Werte für

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | Gaußfehler |
| 1000 | 282,37 | 717,63 | 0,39 | 393,48 | 2,12 |
| 664 | 371,51 | 628,49 | 0,59 | 392,51 | 2,11 |
| 332 | 540,84 | 459,16 | 1,18 | 391,05 | 2,11 |

**5.2 Kapazitätsmessbrücke**

Für die unbekannte Kapazität 9 mit unbekanntem Widerstand 9 werden zur Berechnung die Formeln ( 7 ) und ( 8 ) genutzt. Auch hier werden die berechneten Werte mit Formel ( 18 ) gemittelt. Die dazu benötigten Werte befinden sich in Tabelle 3. Somit ergeben sich Werte von

Tabelle 3: Werte für und

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | Gaußfehler |  | Gaußfehler |
| 992 | 206,88 | 695,22 | 304,78 | 2,28 | 434,89 | 13,05 | 471,80 | 14,35 |
| 399 | 507,48 | 480,08 | 519,92 | 0,92 | 432,11 | 13,21 | 468,59 | 14,25 |
| 994 | 206,38 | 695,72 | 304,28 | 2,29 | 434,74 | 13,05 | 471,87 | 14,35 |

Für die unbekannte Kapazität 3 wird zur Berechnung ebenfalls Formel ( 8 ) genutzt. Sie ergibt sich mit den in Tabelle 4 aufgeführten Werten zu

Tabelle 4: Werte für

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | Gaußfehler |
| 399 | 488,05 | 511,95 | 0,95 | 418,54 | 2,45 |
| 750 | 638,45 | 361,55 | 1,77 | 424,73 | 1,09 |
| 597 | 587,65 | 412,35 | 1,43 | 418,91 | 1,33 |

Die Fehler der Mittelwerte betragen jeweils , und

**5.3 Induktivitätsmessbrücke**

Die unbekannte Induktivität 17 und den unbekannte Widerstand 17 werden jeweils über die Formel ( 10 ), bzw. ( 9 ), berechnet . Die dazu benötigten Werte befinden sich in Tabelle 5. Damit ergeben sich diese zu

Tabelle 5: Werte für und (Induktivitätsbrücke)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | Gaußfehler |  | Gaußfehler |
| 14,6 | 32,90 | 742,03 | 275,97 | 2,88 | 41,996 | 1,277 | 94,64 | 2,88 |

**5.4 Maxwell-Brücke**

Wie in 5.3 wird die unbekannte Induktivität 17 und der unbekannte Widerstand 17 ermittelt. Zur Berechnung werden die Formeln ( 11 ) und ( 12 ) genutzt. Damit ergeben sich diese zu

Die dazu benötigten Werte sind in Tabelle 6 aufgeführt.

Tabelle 6: Werte für und (Maxwell-Brücke)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | Gaußfehler |  | Gaußfehler |
| 750 | 332 | 175,30 | 619,14 | 0,28 | 43,649 | 1,309 | 94,00 | 3,99 |

**5.5 Wien-Robinson-Brücke**

Um die Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke zu untersuchen, wird der Quotient der gemessenen Spannungen gegen das Frequenzverhältnis aufgetragen. Zudem wird eine Theoriekurve mit Hilfe von Formel ( 16 ) errechnet. Die Umrechnung der Frequenz in die Kreisfrequenz ist hierbei nicht nötig, da der Quotient betrachtet wird.

Die theoretische Kreisfrequenz, bei der die Brückenspannung verschwinden sollte ergibt sich nach Formel ( 14 ) zu

Die Frequenz, bei der die Brückenspannung minimal wird, beträgt

Die Werte der Bauteile sind in Tabelle 7 aufgeführt.

Tabelle 7: Bauteile Wien-Robinson-Brücke

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 420 | 332 | 664 |

Tabelle 8: Werte für die Wien-Robinson-Brücke

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 50 | 0,0893 | 900 | 2,70 | 0,3333 | 0,3222 |
| 130 | 0,2321 | 730 | 2,68 | 0,2724 | 0,2704 |
| 200 | 0,3571 | 572 | 2,68 | 0,2134 | 0,2135 |
| 260 | 0,4643 | 440 | 2,65 | 0,1660 | 0,1672 |
| 310 | 0,5536 | 360 | 2,65 | 0,1358 | 0,1323 |
| 350 | 0,6250 | 285 | 2,67 | 0,1067 | 0,1070 |
| 390 | 0,6964 | 220 | 2,67 | 0,0824 | 0,0839 |
| 430 | 0,7679 | 165 | 2,68 | 0,0616 | 0,0626 |
| 470 | 0,8393 | 115 | 2,70 | 0,0426 | 0,0430 |
| 500 | 0,8929 | 73.5 | 2,62 | 0,0281 | 0,0294 |
| 520 | 0,9286 | 64 | 2,73 | 0,0234 | 0,0207 |
| 530 | 0,9464 | 47 | 2,70 | 0,0174 | 0,0164 |
| 540 | 0,9643 | 44 | 2,70 | 0,0163 | 0,0123 |
| 550 | 0,9821 | 19 | 2,75 | 0,0069 | 0,0082 |
| 560 | 1,0000 | 8 | 2,65 | 0,0030 | 0,0042 |
| 570 | 1,0179 | 8 | 2,67 | 0,0030 | 0,0003 |
| 580 | 1,0357 | 15 | 2,70 | 0,0056 | 0,0036 |
| 590 | 1,0536 | 23 | 2,69 | 0,0086 | 0,0074 |
| 600 | 1,0714 | 27 | 2,70 | 0,0100 | 0,0111 |
| 630 | 1,1250 | 54 | 2,70 | 0,0200 | 0,0220 |
| 690 | 1,2321 | 113 | 2,70 | 0,0419 | 0,0421 |
| 750 | 1,3393 | 162 | 2,75 | 0,0589 | 0,0605 |
| 900 | 1,6071 | 255 | 2,80 | 0,0911 | 0,0999 |
| 1200 | 2,1429 | 440 | 2,60 | 0,1692 | 0,1589 |
| 1500 | 2,6786 | 540 | 2,58 | 0,2093 | 0,1999 |
| 2000 | 3,5714 | 640 | 2,55 | 0,2510 | 0,2439 |
| 2700 | 4,8214 | 710 | 2,50 | 0,2840 | 0,2777 |

Abbildung 7: Vergleich von Messdaten mit einer Theoriekurve

Der Klirrfaktor des Generators berechnet sich nach Formel ( 17 ), wobei hier angenähert wird, dass die Summe der Oberwellen nur von der zweiten Oberwelle bestimmt wird . ist in diesem Fall die Speisespannung, bei der die Brückenspannung minimal wird. Sie beträgt . wird über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 21 ) |

besimmt.

Somit ergibt sich dieser zu

**6 Diskussion**

Die ermittelten unbekannten Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten liegen alle nahe an ihrem jeweiligen wirklichen Wert.

Bei der Kapazitätsmessbrücke wurde für die Kapazität 3 bei allen Messungen der variable Widerstand auf 0 geregelt. Damit wird laut Formel ( 7 ) der unbekannte Innenwiderstand ebenfalls zu 0. Damit lässt sich die Annahme, dass dieser hinreichend klein wäre, bestätigen. Daraus lässt sich schließen, dass der Kondensator verlustfrei ist.

Für die ermittelte unbekannte Induktivität 17 unterscheiden sich die Werte der Induktivitätsmessbrücke zur Maxwell-Brücke nur um ca. 2 mH.

Bei der Betrachtung der Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke lässt sich beobachten, dass die experimentellen Werte recht nah an der Theoriekurve liegen. Im Bereich um die Frequenz liegen diese jedoch genauer an, bzw. auf, der Theoriekurve. Ebenfalls sind die experimentellen Werte für kleinere Frequenzen näher an der Theoriekurve, als bei höheren. Bei höheren Frequenzen ergeben sich größere Abweichungen. Für die Frequenz, bei der die Brückenspannung verschwindet, bzw. minimal wird, ergibt sich eine Abweichung von 1,9095 % zwischen dem theoretischen und experimentellen Wert. Diese Abweichung wird über die Formel ermittelt.

Für den Klirrfaktor des Generators gibt es keinen theoretischen Wert. Dieser ist jedoch sehr klein, was auf einen qualitativ hochwertigen Generator schließen lässt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass durch die geringen Abweichungen von den tatsächlichen Werten der Bauteile, auf eine gute Qualität dieser geschlossen werden kann und die jeweiligen Brückenschaltungen sich hervorragend zum Ermitteln unbekannter Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten eignen.

**7 Literatur**

[1] Versuchsanleitung zu dem Versuch 302: Brückenschaltungen

https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/982985/mod\_folder/content/0/V302%20Brückenschaltungen.pdf?forcedownload=1